

1.6.11 Gravitační pole - shrnutí

Předpoklady: 010601 - 010611

Pomocí dvou vět

Každá dvě tělesa se navzájem přitahují stejně velkými gravitačními silami. Velikost gravitační síly, kterou se přitahují dva hmotné body, je určena vztahem

$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$, kde m_1, m_2 jsou hmotnosti obou těles, r je jejich vzdálenost a

$\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ je gravitační konstanta.

Důležité znalosti (hierarchie)

- Na každá dvě tělesa působí gravitační síla $F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$.
 - Gravitační síly na různě těžká tělesa se v určitém místě liší, ale všechny vzorce mají společnou část $F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$, která určuje sílu gravitačního přitahování v daném místě – intenzitu gravitačního pole.
 - Pokud uvažujeme celé okolí Země (jiného přibližně kulového tělesa), vidíme centrální gravitační pole \Rightarrow Keplerovy zákony
 - Oběžnice obíhají po elipsách (speciální případ kružnice \Rightarrow kruhová rychlost, gravitační síla hraje roli síly dostředivé).
 - Čím blíže je oběžnice ke hvězdě, tím rychleji se pohybuje (2. Keplerův zákon: plocha opsaná průvodičem ...)
 - Vzdálenější oběžnice obíhají pomaleji (3. Keplerův zákon $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$).
 - kosmické rychlosti:
 - 1. kosmická rychlost (kruhová rychlost pro nulovou výšku nad povrchem)
 - 2. kosmická rychlost (opuštění gravitačního pole planety)
 - 3. kosmická rychlost (opuštění gravitačního pole Slunce)
 - Pokud uvažujeme pouze malou část prostoru v okolí Země (třída, hřiště, ...) rozdílly ve směrech a velikostech vektorů intenzity gravitačního pole jsou velmi malé \Rightarrow gravitační pole můžeme považovat za homogenní (intenzita u povrchu země má všude svislý směr a velikost g).
 - Při zanedbání odporových sil působí na předměty pohybující se v homogenním gravitačním poli pouze gravitační síla \Rightarrow ve vodorovné směru se pohybují rovnoměrně:
 $v_x = v_{0x} = \text{konstanta}$, $x = v_{0x} t$, ve svislém směru rovnoměrně zrychleně, při speciální volbě soustavy souřadnic (směr y

vzhůru): $a = -g = \text{konstanta}$, $v_y = v_{0y} - gt$,

$$y = h_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2.$$

- Svislý vrh (jen ve svislém směru): $a = -g = \text{konstanta}$,

$$v_y = v_{0y} - gt, \quad y = h_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2.$$

- Vodorovný vrh (vodorovně z výšky h):

$$v_x = v_{0x} = v_0 = \text{konstanta}, \quad x = v_{0x}t,$$

$$v_y = -gt, \quad y = h_0 - \frac{1}{2}gt^2. \quad x_{\max} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- Šikmý vrh (ze země pod úhlem α):

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha = \text{konstanta}, \quad x = v_{0x}t, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha,$$

$$v_y = v_{0y} - gt, \quad y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2. \quad \text{Předmět je nejvýš, když}$$

$$v_y = 0, \quad \text{dostřel } x_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g},$$

$$\text{výška } y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

- I další složitější vrhy se dají řešit dosazováním do původní soustavy.

Zádrhele

- Nesmíme míchat pohybu v jednotlivých souřadnicích dohromady.
- U vrhů pozor na indexy (počáteční hodnota, index osy).

Dobré rady

- V hraničních okamžicích vrhů (dostřel, max výška ...) využíváme situaci v rychlosti nebo v druhé souřadnici.

Př. 1: Z jaké výšky musíme vodorovně vystřelit rychlostí 25 m/s, aby střela doletěla alespoň do vzdálenosti 40 m?

Př. 2: Světlice vystřelená šikmo vzhůru byla po dvou sekundách vzdálena od místa výstřelu 30 m ve vodorovném a 20 m ve svislém směru. Urči rychlost a směr, kterým byla vystřelena.

Př. 3: V jaké vzdálenosti od povrchu Země jsou předměty Zemí přitahovány poloviční gravitační silou?

Shrnutí: Všechny tělesa se přitahují gravitační silou. Její velikost je pro hmotné body určena vztahem $F_g = \kappa \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$.